

EXAMEN TERMINAL DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE

02 juillet 2010 - Durée 3h

TOUT DOCUMENT INTERDIT – PARTIES INDEPENDANTES

L'EFFET ZEEMAN ORBITAL

On considère un atome d'hydrogène placé dans un champ magnétique uniforme B orienté le long de l'axe Oz : $\mathbf{B} = B \mathbf{u}_z$, où \mathbf{u}_z est le vecteur unitaire selon Oz . On s'intéresse dans cet exercice à la perturbation induite par ce champ magnétique sur les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. On néglige tout effet lié au spin de l'électron ou du proton.

On modélise l'interaction entre l'atome et le champ magnétique en utilisant l'analogie classique d'une boucle de courant. Cette analogie revient à poser la proportionnalité entre l'opérateur moment cinétique de l'électron \mathbf{L} et son opérateur moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$, selon $\boldsymbol{\mu} = (-q / 2m_e) \mathbf{L}$ où $-q$ est la charge de l'électron et m_e sa masse. Le hamiltonien décrivant l'interaction magnétique s'écrit : $H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$.

1. Quelle est (à l'ordre 1 en B) la modification de l'état fondamental $1s$ de l'atome d'hydrogène, d'énergie $E = -E_I$, avec $E_I = 13.6$ eV ?
2. Quelle est (à l'ordre 1 en B) la modification du premier niveau excité, d'énergie $E = -E_I / 4$? On rappellera la dégénérescence de ce niveau d'énergie en absence de champ magnétique. Les dégénérescences sont-elles complètement levées par la présence du champ B ?
3. Comment ces résultats sont-ils modifiés si le champ \mathbf{B} est aligné avec l'axe Ox ?
4. On prend $B = 0.1$ T. Estimer les déplacements d'énergie dus au champ magnétique. Comment ces déplacements se comparent-ils à l'énergie typique du problème coulombien E_I ? Justifier l'utilisation de la théorie des perturbations.
5. Quand un atome d'hydrogène est préparé dans un des états $|n = 2, \ell = 1, m = 0, \pm 1\rangle$, il peut tomber sur l'état fondamental $|n = 1, \ell = 0, m = 0\rangle$ en émettant un photon d'énergie $3E_I / 4$. Comment cette raie spectrale est-elle modifiée quand on applique le champ magnétique ?

Interaction Electron-champs Electrique

On considère un atome d'hydrogène, interagissant avec une onde électromagnétique. Cette interaction induit plusieurs forces sur l'électron. Une force d'interaction avec le champ (qE) qui tend à « éloigné » l'électron et une force de rappel (Ar) qui tend à le faire osciller sur son orbite à la manière d'un oscillateur harmonique (vision classique).

Le Hamiltonien du système s'écrit :

$$H = H_0 + H_E + H_{rap}$$

Ou H_0 est l'Hamiltonien non perturbé de l'atome, H_E le Hamiltonien d'interaction avec le champ E et $V(r^2)$ le Hamiltonien associé à la force de rappel. Dans cet exercice, nous allons intéresser uniquement à l'hamiltonien associé à la force de rappel $V(r^2)$ induite par l'onde électromagnétique et comparer la description classique à la description quantique de cette oscillation en supposant $H_E \ll H_{rap}$.

Traitement Classique

La solution générale de l'équation du mouvement pour un oscillateur harmonique s'écrit :

$$q_{classique} = A \sin(\omega t + \delta)$$

1. Quel est la nature du mouvement. (Période, déphasage...)
2. Donner l'expression de l'impulsion p pour cet oscillateur de masse m .

- Donner l'expression de l'énergie mécanique du système $E_{\text{classique}}$. (La constante de rappel est incluse dans A)
- Donner les valeurs moyennes $q_{\text{classique}}$, $p_{\text{classique}}$ par rapport au temps. On les notera $\langle q \rangle_c$ et $\langle p \rangle_c$
- Donner les valeurs moyennes $\langle q^2 \rangle$ et $\langle p^2 \rangle$ en fonction de $E_{\text{classique}}$ trouvée à la question c, montrer que les énergies cinétique moyenne et potentielle moyenne de l'oscillateur sont égales

Traitement Quantique de l'oscillateur

Le Hamiltonien de l'électron soumis à la force de rappel s'écrit :

$$H_{\text{rap}} = 1/2(P^2 + Q^2) \text{ avec } Q = q(m\omega/\hbar)^{1/2} \text{ et } P = p(1/m\hbar\omega)^{1/2}.$$

Soit $|n\rangle$ les états propres associés à l'oscillateur. Les énergies du système s'écrivent $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$

Contrairement au cas classique les observables impulsions p et position q n'ont pas de valeurs définies. Elles sont dans cette description quantique associées à des distributions statistiques.

- Soit les opérateurs $a = (1/2)^{1/2}[Q + iP]$ et $a^+ = (1/2)^{1/2}[Q - iP]$. Exprimer H en fonction a et a^+ . On donnera également l'expression de q et de p en fonction de a et a^+ .

Les valeurs propres de a et a^+ dans la base des $\{|n\rangle\}$ s'écrivent :

$$a^+ |n\rangle = (n+1)^{1/2} |n+1\rangle \quad (1)$$

$$a |n\rangle = n^{1/2} |n-1\rangle \quad (2)$$

- Donner l'expression, en notation de Dirac, des éléments de matrice associés à p et de q sur la base des états propres $\{|n\rangle\}$. Quels sont les éléments de matrice correspondant aux valeurs moyennes de $\langle p \rangle$ et $\langle q \rangle$ les calculer. Comparer au cas classique.
- Que vaut $\langle n|n' \rangle$? En déduire l'expression des éléments de matrice $\langle n|q^2|n' \rangle$ et $\langle n|p^2|n' \rangle$ en fonction de E_n .
- Comparer au cas classique et discuter de l'équivalence Quantique / Classique pour l'oscillateur.

UTILISATION DE TECHNETIUM EN MEDECINE NUCLEAIRE

La médecine nucléaire consiste à introduire des substances radioactives à l'intérieur d'un organisme vivant à des fins de diagnostic et de thérapeutique. L'histoire de la médecine nucléaire est étroitement liée à celle de la physique nucléaire. Dès 1903 fut reconnue l'action bénéfique des rayons du radium pour le traitement des tumeurs cancéreuses : c'était la naissance de la radiothérapie. Mais c'est principalement la découverte de la radioactivité artificielle en 1934 par Irène et Frédéric Joliot-Curie qui a mis à la disposition des médecins et des biologistes une grande variété d'isotopes radioactifs conduisant à l'établissement de diagnostics précis. Actuellement, le technétium 99 est très utilisé en médecine nucléaire car il présente les avantages suivants : sa durée de vie est courte et réduit l'irradiation du patient tout en étant compatible avec la durée de l'examen ; il peut être associé à de nombreuses molécules, ce qui permet l'étude de nombreux organes ; il est moins coûteux que d'autres isotopes radioactifs ; et enfin il peut être facilement mis à la disposition des médecins.

Découverte du technétium.

Le technétium est un élément chimique de numéro atomique 43. Son nom vient du grec 'technetos' qui signifie 'artificiel'. C'est en effet le premier élément chimique produit sans avoir été découvert dans la nature. Tous les isotopes connus du technétium sont radioactifs. En 1937, Carlo Perrier et Emilio Segré ont synthétisé l'isotope 97 du technétium en bombardant du molybdène 96 avec du deutérium.

- À quelles conditions dit-on que deux noyaux sont isotopes ?
- Énoncer les lois de conservation qui régissent les réactions nucléaires.

- b. Écrire l'équation de la réaction nucléaire de synthèse du technétium 97 sachant qu'une particule ${}^A_Z X$ est émise. Nommer cette particule.

Production actuelle du technétium 99

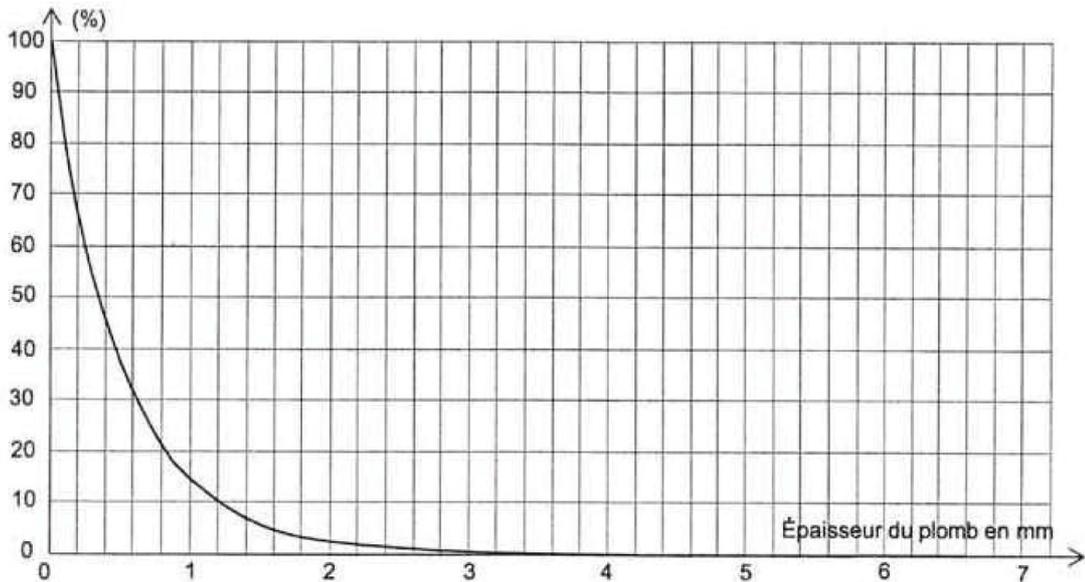
Actuellement pour fabriquer du technétium 99, il existe des générateurs molybdène / technétium à l'intérieur desquels le molybdène 99 se désintègre en technétium 99.

3. Écrire l'équation de la désintégration du molybdène 99. De quel type de radioactivité s'agit-il ?
4. Calculer en joules et en MeV l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de molybdène 99.

Scintigraphie osseuse à l'aide du technétium 99.

Un patient va subir une scintigraphie osseuse. Cet examen se déroule en deux temps : l'injection intraveineuse d'un produit appelé diphosphonate marqué au technétium 99, ce produit se fixe préférentiellement sur les lésions osseuses du squelette (sa captation est maximale au bout de trois heures). Le technétium 99 produit est ensuite détecté par une gamma-caméra. Celle-ci fournit une image du squelette appelée scintigraphie où peuvent apparaître des zones fortement colorées indiquant une inflammation, un abcès ou une métastase. Un mardi à 14 h, une infirmière injecte au patient une dose de technétium 99 d'activité $A = 555 \text{ MBq}$. Le temps de demi-vie du technétium 99 est $T_{1/2} = 6,0$ heures.

5. Définir le terme « temps de demi-vie ».
6. Le nombre de noyaux radioactifs de technétium 99 présents dans la dose injectée au patient est $N(t)$. Montrer que l'expression de l'activité $A(t)$ peut se mettre sous la forme $A(t) = A_0 \exp(-\lambda t)$.
7. Calculer le nombre de noyaux de technétium 99 reçus par le patient lors de l'injection.
8. À la fin de l'examen, l'activité du patient est égale à 63 % de sa valeur mesurée à 14h, juste après l'injection. À quelle heure se termine l'examen ?
9. La dose injectée au patient le mardi à 14h a été préparée par l'infirmière le mardi matin à 8h.



Pour se protéger du rayonnement γ produit par le technétium 99, l'infirmière a utilisé, lors de l'injection de la dose au patient, un protège-seringue d'une épaisseur de 5 mm de plomb. La couche de demi-atténuation d'un matériau est l'épaisseur de ce matériau capable d'arrêter 50% du rayonnement ionisant. Le graphe ci-dessus représente le pourcentage de rayonnement γ produit par le technétium 99 transmis à l'extérieur en fonction de l'épaisseur de plomb.

À l'aide du graphe, déterminer la valeur de la couche de demi-atténuation du plomb pour le rayonnement gamma produit par le technétium 99.

Données :

Noyau	<i>technétium 97</i>	<i>technétium 99</i>	<i>molybdène 96</i>	<i>molybdène 99</i>	<i>deutérium</i>
Symbole	${}^{97}_{43}\text{Tc}$	${}^{99}_{43}\text{Tc}$	${}^{96}_{42}\text{Mo}$	${}^{99}_{42}\text{Mo}$	${}^2_1\text{H}$

Particule ou noyau	<i>molybdène 99</i>	<i>technétium 99</i>	<i>proton</i>	<i>neutron</i>	<i>électron</i>
Masse en u	98,88437	98,88235	1,00728	1,00866	0,00055

<i>Unité de masse atomique</i>	$1 u = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$
<i>Célérité de la lumière dans le vide</i>	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
<i>Électronvolt</i>	$1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$
<i>Énergie de masse de l'unité de masse atomique</i>	$E = 931,5 \text{ MeV}$